

المعنى 5/11/2016

الراسمة من الملاحظة

مثلا:

دالة ديفرغبلية نلاحظ أنه
 $f'(x) = 1$ على $[1, 2]$ وهي دالة متزايدة
 على حسب دالة f بالتالي $f(2) \geq f(1)$ ~~نلاحظ~~

ملاحظة:

عندنا في الملاحظة السابقة دالة ديفرغبلية تغيرها التكاملية
 $V(f) = f(2) - f(1) = 1$

معيار اختيار الدالة f في $[a, b]$:

لكل $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ كما يمكننا تعريف الدالة f على $[a, b]$ غير معدومة أي
 وليس من منظور المعايير القادرة تحديد شكل الدالة f في $[a, b]$ بل من

(1) الدالة المحددة:

كل دالة f متزايدة أو متناقصه (التي نلاحظها في $[a, b]$ هي دالة
 فليكن $V(f)$ تغيرها التكاملية: $V(f) = f(b) - f(a)$ ~~نلاحظ~~
 الإثبات:

لكل $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ متزايدة أو متناقصه وقامه:

$$P[a, b] = \{x_0 = a < x_1 < \dots < x_n = b\}$$

نلاحظ اختيار P على $[a, b]$ يكون:

$$V(f, P) = \sum_{k=1}^n |f(x_k) - f(x_{k-1})|$$

$$= \sum_{k=1}^n (f(x_k) - f(x_{k-1}))$$

$$= f(x_1) - f(x_0) + f(x_2) - f(x_1) + \dots + f(x_n) - f(x_{n-1})$$

$$= f(x_n) - f(x_0) = f(b) - f(a)$$

ملاحظة: الدالة f في $[a, b]$ متزايدة أو متناقصه

$$V(f) = f(b) - f(a) \quad (1)$$

بما كانت متزايدة نلاحظ أنها متناقصه $[a, b]$:

$$V(f) = f(a) - f(b) \geq 0 \quad (2)$$

مثال:

الدالة $f(x) = \ln x$ على $[1, e]$ ذات قيم متغيرة الكلي:

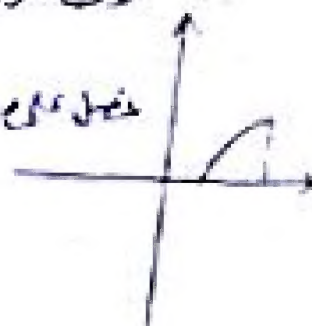
ناتج متزايد تماماً:

$$V_1^e(\ln x) =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

ناتج على عدد مستمر - ناتج متزايد

ناتج كل n ناتج متزايد



$$V_1^e(\ln x) = \ln e - \ln(1) = 1$$

حيث الدالة متزايدة تماماً على $[1, e]$ و $[1, e] \subset [0, \infty[$

$$[1, e] \subset [0, \infty[$$

مثال:

الدالة $f(x) = [x]$ متزايدة على \mathbb{R} على أي فترة $[a, b]$ متناهية:

ناتج متزايد على الفترة الكلية:

$$V_0^2(f) = [2] - [0] = 2$$

(2) الطريقة مرتبطة:

هذا الخيار أهم من سابقه.

لتكن $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ دالة متناهية الفترة $[a, b]$ لا عدد متناهية

من الفترات المتناهية $[c_k, c_{k+1}]$ حيث $k = 0, 1, \dots, m$

حيث $c_0 = a$ و $c_m = b$

عندئذ تكون هذه الدالة ذات m جزء $[a, b]$

مكونة:

$$V_a^b(f) = \sum_{k=0}^m V_{c_k}^{c_{k+1}}(f)$$



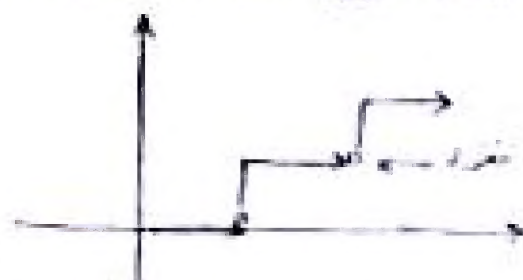
$$= V_{c_0}^{c_1}(f) + V_{c_1}^{c_2}(f) + \dots + V_{c_m}^{b}(f) \quad (3)$$

مثال منطوق:

مربعاً متساوي الساقين $f(x) = \sin x$ $x \in [0, 2\pi]$ $f'(x) = \cos x$ $f(0) = 0$ $f(2\pi) = 0$

القيمة f متساوية في الطرفين $f(0) = f(2\pi) = 0$

نلاحظ هنا أن القيمة f متساوية في الطرفين $f(0) = f(2\pi) = 0$ $f'(x) = \cos x$ $f(0) = 0$ $f(2\pi) = 0$



القيمة f متساوية في الطرفين $f(a) = f(b)$

نلاحظ هنا أن القيمة f متساوية في الطرفين $f(a) = f(b)$

c_1, c_2, \dots, c_m

نلاحظ هنا أن القيمة f متساوية في الطرفين $f(a) = f(b)$

نلاحظ هنا أن القيمة f متساوية في الطرفين $f(a) = f(b)$ $f'(x) = \cos x$ $f(0) = 0$ $f(2\pi) = 0$

نلاحظ هنا أن القيمة f متساوية في الطرفين $f(a) = f(b)$

نلاحظ هنا أن القيمة f متساوية في الطرفين $f(a) = f(b)$

$f(a)$

نلاحظ هنا أن القيمة f متساوية في الطرفين $f(a) = f(b)$

$$f(b) = f(a) + \sum_{k=1}^m |f(c_k) - f(c_{k-1})| + |f(b) - f(c_m)|$$

$$+ |f(c_m) - f(c_{m-1})| + |f(b) - f(c_m)| \quad (4)$$



$f(a) = f(a)$

$f(b) = f(b)$

نلاحظ هنا أن القيمة f متساوية في الطرفين $f(a) = f(b)$

$$f(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x < 1 \\ 1 & x = 1 \end{cases}$$

بعد حساب الجداول المباشرة تتقدم كل مجموعة وأعلى المواقف لعدم الدالة في
(4: 11)
في التقاط ٢٠ دولارياً لها ولجميعها من قبل ذلك الوقت لم تكن.

ثانيها: المتصلة الأولى (المستمدة العارضة):

المعطيات:

عند دراسة الدالة $f(x)$ نلاحظ بالقرينة من الجسيم للدالة المستمرة على الفترة I (تحتلك من غير حدود) كما نقول: $a < x_0 < b$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$$

وندرسها كالتالي: $f(x_0 + 0)$ و $f(x_0 - 0)$:

$$\lim_{x \rightarrow x_0 + 0} f(x) = f(x_0 + 0)$$

نقطة القرينة من الجسيم

أو x_0 الدالة عند x_0 من الجسيم.

كما ونلاحظ بالقرينة من الجسيم كما نقول: $f(x_0 - 0)$ و $f(x_0 + 0)$:

$$\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} f(x) = f(x_0 - 0)$$

ونلاحظ عند النقطة x_0 من الجسيم عند x_0 بالقرينة من الجسيم.

نلاحظ انقطاع الدالة عند x_0 :

نقول ان الدالة $f(x)$ متصلة من اليمين عند x_0 اذا وجدت

المتطابقة من الجسيم من الجسيم من الجسيم:

$$f(x_0 + 0) = f(x_0 - 0)$$

أما القرينة عند النقطة x_0 حيث $a < x_0 < b$ هو الجسيم $f(x_0 + 0) - f(x_0 - 0)$ من الجسيم

وإذا كان هذا العدد 0 تصبح الدالة مستمرة عند x_0 من الجسيم عند x_0 .

والقرينة من الجسيم x_0 حيث $a < x_0 < b$ هو الجسيم $f(x_0 + 0) - f(x_0 - 0)$ من الجسيم

$$f(x_0 + 0) = f(x_0 - 0) \quad (1)$$

مثال:

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$$

اذا افترضنا $g(x_0) \neq 1$ تصبح x_0 نقطة انقطاع ثابتة عند x_0 من الجسيم

من الجسيم

من الجسيم عند النقطة x_0 من الجسيم عند x_0 من الجسيم

$$f(x_0 + 0) = f(x_0 - 0)$$

نتيجة -
الانقطاع عند x_0 نقول $x_0 \in (a, b)$ يعني أنه لقيمة
عدد محدود -

مبرهنة (1) :

تساوي انقطاع الدالة المتعددة المعرفة في $[a, b]$ هي مجموعة منقول
مبرهنة (2) :

مجموعة تساوي انقطاع الدالة المتعددة المعرفة f في $[a, b]$ هي مجموعة منتهية
أو معدومة (معدومة، لكن تذكر أنه منتهية أو معدومة).
مثال -

$$y = [x] \quad x \in [0, 2]$$

تساوي انقطاع $y = [x]$ عند $x = 1$ ، ولكن -

$$f(1+) - f(1-) = 1 - 0 = 1 \neq 0$$

- ما إذا كانت التساوي - x_1, x_2, \dots من الفترة $[a, b]$ من أجلها f

$$[f(a+) - f(a)] + \sum_{k=1}^n [f(x_k+) - f(x_k-)]$$

(*)

$$+ [f(b) - f(b-)] \leq f(b) - f(a)$$

ما إذا كانت f حالة خاصة مجموعتنا تساوي انقطاع f في $[a, b]$ هو منتهية

x_1, \dots, x_n تساوي انقطاع f في الفترة (a, b) يكون f

نفس السامر فقط المكون من a إلى b (2.2)

مثال :

لناخذ هنا $[x] = [x]$ و $y = [x]$ ولنعرفها على الفترة $[0, 2]$

كما نعلم f متزايدة، واحدة الفترة مضطربة اليانك :

$$[x] = \begin{cases} 0 & 0 \leq x < 1 \\ 1 & 1 \leq x < 2 \\ 2 & x = 2 \end{cases}$$



لذلك فإننا نساوي انقطاع f داخل الفترة $(0, 2)$

هي الفترة الوحيدة $x = 1$ أو $x = 2$ لأننا نرى نقطة انقطاع

مفادها الفقرة الأولى من المرسوم رقم 2014/100 المؤرخ 2014/10/20

فقط . ولتقدم، نكتب له صواب : (x)

$$[f(0+) - f(0)] + [f(1+) - f(1-)]$$

$$+ [f(z) - f(z-a)] \leq f(z) - f(a) \quad .$$

$$= 0 + 1 + 2 + \dots + (n-1) = \frac{n(n-1)}{2} \leq \frac{n^2}{2}.$$

34

المالك [م] البيت فملكه مرة = 1 البصر مع كل عند جميع أليه
3 م . بعد كانت في وليها 2

نعود للحاجزة الرابعة :

دالة خطية :

إذا كانت الدالة مطروقة لأي قيمة غير معدومة $[a, b]$ مثلاً
منه أم لا أية فترة جبرئية $[B, a] \supset [a, b]$ يكون
مبدأ سيجور الدالة خطية. بشرط أنه تكون الدالة معدومة في تلك الفترة

كما مرهفات إي هنا :

$$\begin{aligned} V_{-a}^b(f) &= \sup_{B < b} V_B^b(f) = \sup_{B < b} |f(b) - f(B)| \\ &= |f(b) - f(-a)| = f(-a) = f(B) \end{aligned}$$

أي :
وهذا ما ليس ليأى ، فكلية قيم معدومة $(-a, a) \cup [a, b]$

والدالة الغير :

بذلك هذا التردد من الدوال فكيف مع الدالة ذاتية f على فترة ما
تكون $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ دالة ذاتية f على $[a, b]$ عندئذ نسمي الدالة
المشكلة على التردد التالي :

$$V_f(t) = \int_a^t V_f(f) \quad , \quad a < t \leq b$$

حيث المتغير (ليس المتغير) للدالة f وهو تعادل المتغير التام للدالة f
على الفترة $[a, +\infty)$.

ملاحظة : (ملاحظة حالة المتغير) :
إذا كانت f دالة ذاتية f على $[a, b]$ فانه لدالة المتغير
(المتغير t) $V_f(t) = V_f(f)$

الخواص التالية :

$$|V_f(t)| \leq V_f(f)$$

(1) محدودة على $[a, b]$ أي :
بأنه التردد التام محدود .

(2) تنزلية على $[a, b]$ أي :
 $V_f(t_1) \leq V_f(t_2) \quad , \quad a \leq t_1 \leq t_2 \leq b$

(P_1) دالة مستمرة على $[a, b]$ تكون متزايدة على $[a, b]$ حيث (P_2) .

$$\int_a^b (V_f) = \int_a^b (f)$$

ملاحظة:

$$V_f(x) = f(x)$$

دالة متزايدة على $[a, b]$.
 (P_4) يلزم ويمكن التكوين دالة المتغير مستمرة على نقطة x من $[a, b]$ هذه الدالة تكون مستمرة على نقطة x من $[a, b]$.

مثال: $f(x) = x^2$

أوجد دالة المتغير للدالة $f(x) = x^2$ على الفترة $[0, 3]$.
 ثم أوجد تغيرها التام على هذه الفترة.

الحل:

هذه الدالة متزايدة على الفترة $[0, 3]$.

لذلك يمكن كتابة دالة المتغير على $[0, 3]$.

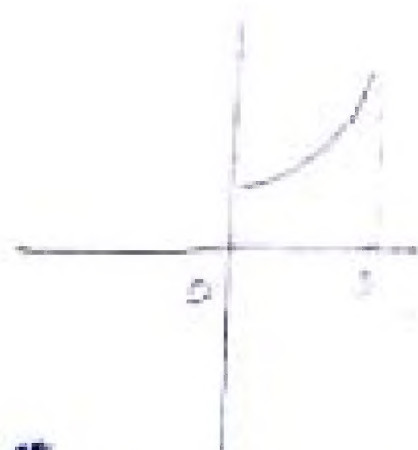
فإن دالة المتغير V_f على $[0, 3]$ هي دالة مستمرة على $[0, 3]$ حيث f مستمرة على $[0, 3]$ وكل $x \in [0, 3]$ دالة مستمرة على $[0, 3]$.

لذلك دالة المتغير V_f على $[0, 3]$ هي دالة مستمرة على $[0, 3]$.

عندما نكتب دالة المتغير V_f على $[0, 3]$ هي دالة مستمرة على $[0, 3]$.

الفترة $[0, 3]$ هي دالة مستمرة على $[0, 3]$.

متزايدة على $[0, 3]$.



$$V_f(x) = \sum_{k=1}^n |f(x_k) - f(x_{k-1})|$$

$$= f(x) - f(0) = f(x) - 0 = x^2 - 0 = x^2$$

(3) - نأخذ التغير التكاملي للمجموع بساير .

$$V_0^x(g) = \sup \{ \sum_{i=1}^n x_i^2 ; P \in \mathcal{P}_{[0, x]} \}$$

فدالة
 وعليه نأخذ ذلك التغير هي

$$V_0^x(x) = V_0^x(g) = \begin{cases} x^2 & 0 < x \leq 3 \\ 9 & x = 3 \end{cases}$$

وذلك كالقيم $x \in [0, 3]$ مع الملاحظة أنه
 عند $x=3$ يكون التغير التكاملي لدالة التغير $[0, 3]$
 للدالة g هي:

لأنه متزايدة
 وصحت الملاحظة:

$$V_0^3(V_0^x(g)) = 3^2 - 0^2 = 9 = V_0^3(g)$$

 ملاحظة: الملاحظة السابقة:

في نهاية
 أو عند ذلك التغير للدوال:

$$h(x) = \sqrt[3]{x} \quad 1 \leq x \leq 5$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & 0 \leq x < 1 \\ 5 & x = 1 \\ x+3 & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

(4) يلزم دليلاً:

لنأخذ الدالة f هي $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ذات قيم عليا إذا كانت إذا
 وجدت دالة F متزايدة ومحدودة على نفس الفترة ونكتب
 المتطابقة: $|f(x_2) - f(x_1)| \leq F(x_2) - F(x_1)$ $a \leq x_1 < x_2 \leq b$

مطلوب من الكتاب:

(5) كتاب الدالة المتزايدة

(1) $f = g + h$ $\Leftrightarrow f$ ذ.ت.م. على $[a, b]$
 كَيْتَ f دالة فردية والغير g دالة زوجية أو عكسها فمثله
 مستطاع h على $[a, b]$.

(2) $f \in C[a, b]$ $\Leftrightarrow f = g(x) + h(x)$ ^{شعب}
 \uparrow
 $[a, b]$ (متفرقة) $[a, b]$

صيت f دالة فردية (متناظرة) مستطاع على $[a, b]$.
 مثال:

$$f(x) = (x^2 + 1) - [x]$$

دالة فردية مستطاع

$\Leftrightarrow f$ ذ.ت.م. على $[0, 3]$.